

Республикалық математикалық олимпиаданың аудандық кезеңі

10-сынып, I күн

Жұмыс уақыты: 3 сағат. Әр есеп 7 ұпайға бағаланады.

Калькуляторды пайдалануға тиым салынады.

1. Қосындысы 0-ге тең, ал модульдерінің қосындысы a -ға тең n санның ең үлкені мен ең кішісінің айырмасы $2a/n$ -нен кем емес екенін дәлелдеңдер.
2. Сүйірбұрышты ABC үшбұрышының ортоцентрі H нүктесі болсын. Егер AH, BH, CH үшбұрыштарына іштей сызылған шеңберлердің центрі өзара тең болса, ABC үшбұрышының дұрыс екенін дәлелдеңдер.
3. Теннис турниріне n кәсіпқой және $2n$ әуесқой ойыншы қатысты. Теннисшілердің әрбір жұбы өзара дәл бір ойын ойнады. Кәсіпқойлардың жеңіс санының әуесқойлардың жеңіс санына қатынасы $7/5$ болса, n санын табыңдар (теннисте тең ойын болмайды).

Районный этап республиканской олимпиады по математике

10 класс, I день

Время работы: 3 часа. Каждая задача оценивается в 7 баллов.

Использование калькуляторов запрещено.

1. Сумма n чисел равна 0, сумма их модулей равна a . Докажите, что разность между наибольшим и наименьшим из них не меньше $2a/n$.
2. Пусть точка H – ортоцентр остроугольного треугольника ABC . Докажите, что если радиусы окружностей, вписанных в треугольники AH, BH, CH , равны, то треугольник ABC – правильный.
3. В теннисном турнире участвовали n профессионалов и $2n$ любителей. Каждая пара теннисистов сыграла ровно одну игру между собой. Известно, что отношение числа побед, одержанных профессионалами, к числу побед, одержанных любителями, равно $7/5$ (в теннисе ничьих не бывает). Найдите n .